مفهوم نموذج الانحدار الخطي البسيط المحاضرة الأولى

يعتبر الانحدار الخطي البسيط من الأساليب الإحصائية التي تستخدم في قياس العلاقة بين متغيرين على هيئة علاقة دالة، يسمى أحد المتغيرات (متغير تابع) والآخر (متغير مستقل أو مُفسِر) وهو المتسبب في تغير المتغير التابع، والانحدار الخطي كأداة للقياس لا تُحدد أي المتغيرات يكون تابع أو مستقل إنما يلجأ الباحث إلى النظرية الاقتصادية في تحديد المتغيرات، مثال ذلك: تفسير ظاهرة الاستهلاك بالدخل (مع ثبات العوامل الأخرى) فالنظرية الاقتصادية تقول إن استهلاك الفرد مرتبط بالدخل. وبالتالي فالباحث يسعى إلى إعطاء شكل للعلاقة بين المتغيرات الاقتصادية على شكل دالة:

$$Y=F(X)$$

حيث أن: -

Y : يمثل المتغير التابع (الاستهلاك)

X : يمثل المتغير المستقل (الدخل)

F : الدالة.

يمكن أن تأخذ الدالة أشكالا مختلفة قد تكون خطية، لوغاريتمية، أو أسية ... الخ، وغالبا ما يمكن تحويل أي نموذج إلى النموذج الخطي. ومن جانب اخر فان نماذج الانحدار يمكن تقسيمها الى عدة انواع، فهنالك الانحدار الخطي والانحدار الغير الخطي والانحدار البسيط والمتعدد. وتتحدد درجة الخطية على اساس درجة العلاقة المراد قياسها ففي حالة الانحدار الخطي تكون المعادلة الممثلة للعلاقة من الدرجة الاولى، وفي حالة الانحدار الغير الخطي تكون المعادلة الممثلة للعلاقة من الدرجة غير الاولى. اما عن صفتي بسيط ومتعدد فانهما يتحددان بعدد المتغيرات التفسيرية (المستقلة) التي تحتوي عليها معادلة الانحدار، فالانحدار البسيط يقيس العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل والاخر تابع. اما الانحدار المتعدد فهو يقيس العلاقة بين المتغير التابع وأكثر من متغير مستقل.

توصيف النموذج Model specification

تتمثل المرحلة الأولى من مراحل البحث في القياس الاقتصادي في توصيف النموذج محل الدراسة، وذلك من خلال التعبير عن العلاقات الاقتصادية المصاغة لفظيا في صورة رياضية حتى يمكن تقدير معالمها باستخدام طرق قياسية مختلفة.

ويعتمد الباحث في توصيفه للنموذج على ما يلي:

- مقترحات النظرية الاقتصادية
- اثباتات الدراسات التطبيقية التي تناولت المجال الذي يبحث فيه الباحث بوجه عام.
- المتوفر من بيانات حول الظاهرة محل الدراسة بوجه خاص

وتنطوي هذه المرحلة على ما يلي:

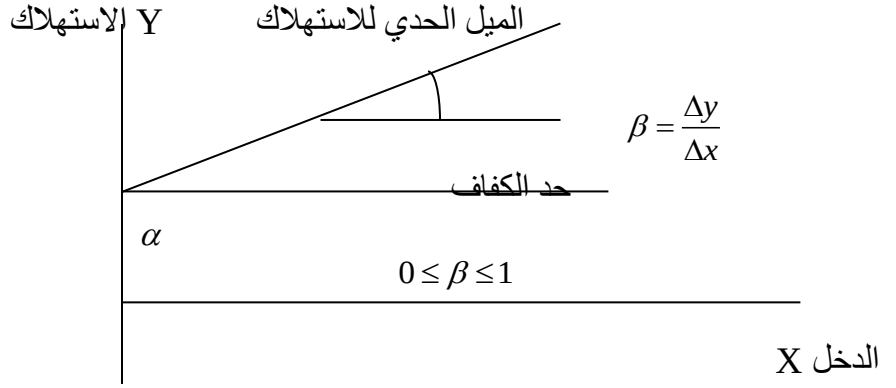
أولاً: اختيار متغيرات النموذج

سوف نفترض ان الهدف هو دراسة علاقة واحدة بين متغير تابع (Y) Dependent variable ومتغير مستقل (X) Independent variable. ويوجد هنالك العديد من الأمثلة التي يمكن تطبيق نموذج الانحدار الخطي البسيط عليها نذكر منها:

نموذج دالة الاستهلاك: -

يوضح الشكل (1) نموذج لدالة الاستهلاك، ويلاحظ بان α تمثل الحد الادنى للإنفاق الاستهلاكي الذي لابد ان يقوم به المجتمع في الفترة القصيرة حتى إذا انخفض الدخل المتاح الى الصفر. ويسمى بحد كفاف المجتمع. اما بالنسبة الى β فهي تمثل الميل الحدي للاستهلاك الذي يجب ان يكون بين الواحد والصفر. وهي تشير الى مقدار التغير في المتغير التابع (الاستهلاك) نتيجة لتغير المتغير المستقل (الدخل) بوحدة واحدة ويمكن التعبير عنها رياضيا وذلك من خلال الصيغة التالية: -

$$b = \frac{\partial y}{\partial x}$$



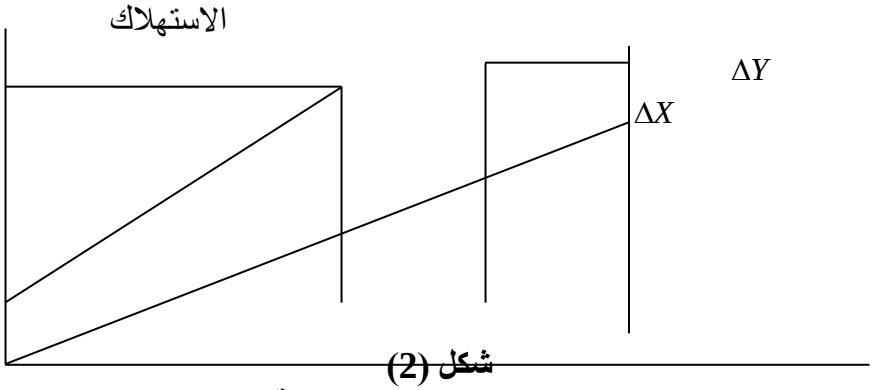
شكل (1)

نموذج دالة الاستهلاك

واما بالنسبة للميل المتوسط للاستهلاك، فانه يتم قياسه باستخدام المعامل المتوسط والذي يأخذ الصيغة التالية: -

$$\text{المعامل المتوسط} = \frac{\text{قيمة المتغير التابع}}{\text{قيمة المتغير المستقل}}$$

ويلاحظ ان المعامل المتوسط يمكن قياسه عند أي نقطة على خط الانحدار وذلك بميل الخط الواصل من هذه النقطة الى نقطة الاصل وكما موضح بالشكل التالي: -



شكل (2)

المعامل الحدي والمعامل المتوسط لدالة الاستهلاك

كما يلاحظ بان هنالك علاقة اقتصادية تربط بين الميل الحدي والميل المتوسط وتسمى بمرونة المتغير التابع للمتغير المستقل حيث تأخذ الصيغة التالية: -

$$\text{مرونة الاستهلاك للدخل} = \frac{\text{الميل الحدي للاستهلاك}}{\text{الميل المتوسط للاستهلاك}}$$

ثانياً: تحديد الصيغة الرياضية للعلاقة

تتعدد الصيغ الرياضية التي يمكن ان تعبر عن علاقة ما، ويمكن تحويل اغلب هذه الصيغ الى صيغة خطية، لان تلك الصيغة تعبر عن ابسط أنواع العلاقات. لذا فسوف نفترض ان العلاقة بين المتغير التابع Y والمتغير المستقل X هي علاقة خطية تأخذ الشكل التالي:

$$Y=B_0+B_1X \qquad \text{---------- (1)}$$

حيث أن:

y هو المتغير التابع (الذي يتأثر)

x هو المتغير المستقل (الذي يؤثر)

β_0 هو الجزء المقطوع من المحور الرأسي y ، وهو يعكس قيمة المتغير التابع في حالة انعدام قيمة المتغير المستقل x ، أي في حالة $x=0$

β_1 ميل الخط المستقيم $(\beta_0+\beta_1 x)$ ، ويعكس مقدار التغير في y إذا تغيرت x بوحدة واحدة.

ثالثاً: تحديد شكل النموذج

سوف نفترض دراسة نموذج يحتوي على معادلة واحدة تربط بين متغيرين أحدهما تابع والأخر مستقل، وذلك بناء على ما افترضناه في الخطوتين السابقتين ويسمى عندئذ بالنموذج الخطي البسيط.